

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO  
INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL – 2º Semestre

Data: 04/06/2014

Época Normal

Duração: 2horas

**Nota:** Justifique todas as respostas e apresente os cálculos efetuados

Gestão/Economia/Finanças

1. Uma empresa distribui diariamente pelos seus clientes dois tipos de produtos, T1 e T2, com o que obtém um lucro unitário de 4 e 1 unidade monetária (*u.m.*), respetivamente. A empresa pretende maximizar o lucro diário total, mas a única viatura disponível impõe limites de 18 unidades de peso e de 12 unidades de volume. O produto de tipo T1 pesa o dobro do produto de tipo T2, mas ocupa  $\frac{1}{4}$  do seu volume. Para resolver o problema formulou-se o seguinte modelo de programação linear

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 4x_1 + x_2 \\ \text{s. a: } &\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 18 \\ x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

em que a função objetivo representa o lucro total (em *u.m.*) e  $x_j$  representa o nº de unidades do produto de tipo  $j$  ( $j=1,2$ ) a transportar diariamente.

- a) (1,5 valores) Resolva o problema graficamente.
- b) (1,5 valores) Interprete a solução ótima do primal (incluindo variáveis de desvio).
- c) (1,5 valores) Determine graficamente o intervalo de sensibilidade para o termo independente da segunda restrição.
- d) (1,5 valores) Escreva o problema dual e apresente a sua solução ótima (apenas as variáveis de decisão) e o valor ótimo.
- e) (1,5 valores) Interprete a solução ótima do dual e, se necessário, use informação do output do solver/excel na tabela abaixo.
- f) (1 valor) Qual o valor do lucro unitário do produto T2 a partir do qual vale a pena incluí-lo no plano de distribuição?
- g) (2 valores) Suponha que a atual viatura pode ser trocada por outra que impõe um limite de peso de 24, mantendo o limite de volume. Qual a decisão que aconselha a empresa a tomar? Que consequências tem essa decisão no plano de distribuição ótimo?
- h) (2 valores) Considere a região admissível do problema e o novo objectivo  $\text{Max } Z = 4x_1 + 2x_2$ . Resolva este novo problema pelo método do simplex.
- i) (2 valores) A empresa tem de decidir em qual das fábricas, F1 ou F2, deverá ocorrer a produção diária. Em F1 há 15 horas máquina (*hm*) e em F2 21 *hm* disponíveis diariamente. Sabe-se ainda que com a tecnologia de F1 cada unidade de produto de tipo T1 consome 5 *hm* e cada unidade de produto de tipo T2 consome 1 *hm*. Estes valores na fábrica F2 são 3 e 7, respetivamente. Que alterações devem ser introduzidas ao modelo inicial para resolver o novo problema?

**Microsoft Excel 14.0 Relatório de Sensibilidade**

Células de Variável

		Final	Reduzido	Objectivo	Permissível	Permissível
Célula	Nome	Valor	Custo	Coefficiente	Aumentar	Diminuir
\$B\$5	solução T1		0	4	1E+30	2
\$C\$5	solução T2		-1	1	1	1E+30

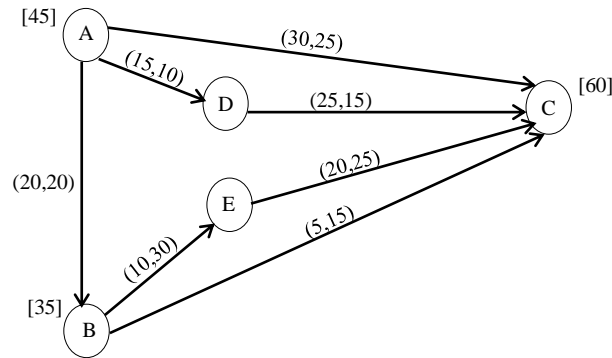
Restrições

		Final	Sombra	Restrição	Permissível	Permissível
Célula	Nome	Valor	Preço	Lado Direito	Aumentar	Diminuir
\$D\$2	peso	18		18	6	18
\$D\$3	volume	9		12		

(v.s.f.f.)

2. Uma empresa produz um novo produto em duas das suas fábricas, A e B. O produto terá de ser transportado para um armazém localizado na cidade C, podendo eventualmente passar pelos centros de distribuição, D e E.

Na rede da figura estão representadas as fábricas e as quantidades produzidas em cada uma, o armazém com a quantidade aí necessária e os dois centros de distribuição. Sobre cada arco da rede está um par ordenado  $(c_{ij}, u_{ij})$ , em que  $c_{ij}$  representa custo unitário de transporte do local  $i$  para o local  $j$  e  $u_{ij}$  representa a quantidade máxima de produto que pode ser transportada de  $i$  para  $j$ , diretamente.



a) (4 valores)

Que problema de otimização em redes pode utilizar para determinar o plano de transporte, entre as fábricas e o armazém, que minimiza o custo total?

i) Apresente uma solução admissível para o problema e respetivo custo.

ii) Preencha a folha anexa com todos os elementos necessários para que o problema possa ser resolvido pelo solver/excel.

b) (1,5 valores) Considerando a rede sem orientação nas ligações entre os nodos, e usando  $c_{ij}$  como o custo de ligar o nodo  $i$  ao nodo  $j$ , para toda a aresta, determine a árvore geradora mínima na rede obtida, usando o algoritmo de Prim.